



---

Caderno de Resumos  
2018

---

Blumenau- SC



---

## *Comissão Organizadora*

*Coordenador:* Prof. Jorge Luiz Deolindo Silva

*Demais organizadores:* Felipe Vieira  
Maicon José Benvenuto  
Naiara Vergian de Paulo Costa  
Rafael Aleixo de Carvalho

## *Comissão Científica*

Prof. Alex Carrazedo Dantas - UnB  
Prof. Fábio Matheus Amorin Natali - UEM  
Prof. Farid Tari - USP - Campus de São Carlos  
Prof. José Mario Martínez - UNICAMP  
Prof. Matheus Cheque Bortolan - UFSC  
Prof. Roger Behling - UFSC - Campus Blumenau



# Sumário

---

|          |   |          |
|----------|---|----------|
| <b>1</b> | <b>CRONOGRAMA</b>   | <b>5</b> |
| 1        | Palestras . . . . .   | 5        |
| 2        | Pôsteres . . . . .  | 6        |
| <b>2</b> | <b>RESUMO das PALESTRAS</b>   | <b>9</b> |
|          | Curvas Planas - Farid Tari . . . . .  | 10       |
|          | Self-adjoint extensions of magnetic Schrödinger operators - Renan Gambale Romano  | 11       |
|          | Global surfaces of section for dynamically convex Reeb flows on Lens spaces -<br>Alexsandro Schneider . . . . .                       | 12       |
|          | Fractional Leibniz rule and an application - Paulo Mendes de Carvalho Neto . . . . .  | 13       |
|          | Sobre a conjectura de Hartshorne - Thiago Henrique de Freitas . . . . .   | 14       |
|          | Well-posedness and orbital stability of periodic traveling waves for the Schamel's<br>equation - Eleomar Cardoso Júnior . . . . .     | 15       |
|          | Operadores efetivos para partículas quânticas em tubos finos - César Rogério de<br>Oliveira . . . . .                                 | 16       |
|          | Hyperbolic partial differential equations: The search for a comprehensive defi-<br>nition - Frank Michael Forger . . . . .            | 17       |
|          | Estudo qualitativo de um sistema que modela um problema de câncer com tra-<br>tamento imunoterápico - Sônia Palomino Castro . . . . . | 18       |
|          | Um novo contraexemplo para a conjectura de Norton - Daiane Soares Veras . . . . .   | 19       |
|          | Representações da álgebra super plano de Jordan - Dirceu Bagio . . . . .  | 20       |

---

|   |           |
|---|-----------|
| Atratores para semifluxos generalizados e aplicação às equações de Navier-Stokes em 3D - Matheus Cheque Bortolan . . . . .                                  | 21        |
| Topological classification of $\mathbb{R}^k$ -Anosov actions - Rodrigo Ribeiro Lopes . . . . .  | 22        |
| Como medir a “pontudez” de um cone? - Alfredo Noel Iusem . . . . .  | 23        |
| <b>3 RESUMO dos PÔSTERES</b>  | <b>25</b> |
| Ações de grupos em automorfismos de anéis - Maycon Antonio Pereira . . . . .  | 26        |
| Classification of irreducible weight $SL_2$ -modules - João Antonio Francisconi Lubanco Thomé . . . . .   | 27        |
| Teorema do ponto fixo de Banach e aplicações - Bianca Elena Wiltuschnig . . . . .   | 28        |
| Teorema de estrutura para módulos sobre domínios - Marcel Thadeu de Abreu e Souza   | 29        |
| Bezout’s theorem for algebraic curves - Luiz Henrique Lara dos Santos . . . . .   | 30        |
| Classificação de grupos abelianos finitamente gerados - Rogério Otavio Mainardes da Silva . . . . .   | 31        |
| Subspace version of an augmented lagrangian trust region algorithm for equality constrained optimization - Carina Moreira Costa . . . . .                   | 32        |
| Um algoritmo geométrico para o problema de inclusão no envoltório convexo - Rafaela Filippozzi . . . . .  | 33        |
| Existência e unicidade de solução para as equações de Navier-Stokes 2D e existência de atrator global em domínios ilimitados- José Guilherme Simion Antunes | 34        |
| Uma relação entre sistema de raízes e álgebra cluster - Yasmim Adara Amorim . . .   | 35        |
| Um estudo da equação de Navier-Stokes com condições de fronteira de tipo Navier - Ever Elías Vásquez Álvarez . . . . .                                      | 36        |
| Aplicação da equação de Gompertz para o estudo do desenvolvimento de tumores sólidos - Luiz Augusto Scheuermann França . . . . .                            | 37        |
| Classificação de álgebras de divisão - Gabriel Alves de Lima . . . . .  | 38        |
| Processamento digital de imagens utilizando decomposição em valores singulares - Letícia do Rocio Oliveira . . . . .  | 39        |
| Topologia no $R^n$ - Cleison dos Santos Ramthun . . . . .   | 40        |

---

|   |    |
|---|----|
| Classification of finite dimensional semissimple Lie algebras - Eduardo Magalhães<br>de Castro . . . . .                        | 41 |
| Uma introdução à teoria analítica dos números - Victor Afonso Garcia Schmitz . . .  | 42 |
| O número de estabilidade para um sistema termoelástico de vigas de Timoshenko<br>- Saulo Rodrigo Medrado . . . . .              | 43 |
| Asymptotic dynamics for a non-autonomous Navier-Stokes-Voigt equation in<br>Lipschitz domains - Thales Maier de Souza . . . . . | 44 |
| Espaços de Minkowski e a Geometria Hiperbólica - Gabriel Felipe Dalla Stella . . .  | 45 |
| Curvas de Bézier e Polinômios de Bernstein - Gustavo Henrique Silva Sarturi . . . .   | 47 |



# CRONOGRAMA

## 1 Palestras

|                      |   |
|----------------------|---|
|                      | <b>Quinta-feira 25</b>  |
| <b>09:00 - 10:00</b> | <b>Credenciamento</b>   |
| <b>10:00 - 10:50</b> | <b>Farid Tari - USP São Carlos</b><br><i>Curvas Planas</i>  |
| <b>10:50 - 11:15</b> | <b>Renan Gambale Romano - UFSC Blumenau</b><br><i>Self-adjoint extensions of magnetic Schrödinger operators</i>                                     |
| <b>11:15 - 11:40</b> | <b>Alexsandro Schneider - UNICENTRO</b><br><i>Global surfaces of section for dynamically convex Reeb flows on Lens spaces</i>                       |
| <b>11:40 - 14:00</b> | <b>Almoço</b>   |
| <b>14:00 - 14:25</b> | <b>Paulo Mendes de Carvalho Neto - UFSC</b><br><i>Fraction Leibniz rule and an application</i>  |
| <b>14:25 - 14:50</b> | <b>Thiago Henrique de Freitas - UTFPR Guarapuava</b><br><i>Sobre a conjectura de Hartshorne</i>   |
| <b>14:50 - 15:15</b> | <b>Eleomar Cardoso Júnior - UFSC Blumenau</b><br><i>Well-posedness and orbital stability of periodic traveling waves for the Schamel's equation</i> |
| <b>15:15 - 16:00</b> | <b>Sessão de pôsteres/Coffee Break</b>  |
| <b>16:00 - 16:50</b> | <b>César Rogério de Oliveira – UFSCar</b><br><i>Operadores efetivos para partículas quânticas em tubos finos</i>                                    |
|                      | Auditório do Bloco B  |
|                      | Auditório do Bloco B  |

|                      |  |
|----------------------|--|
|                      | <b>Sexta-feira 26</b>  |
| <b>09:00 - 10:00</b> | <b>Credenciamento</b>  |
| <b>10:00 - 10:50</b> | <b>Frank Michael Forger – USP</b><br><i>Hyperbolic partial differential equations: The search for a comprehensive definition</i>             |
| <b>10:50 - 11:15</b> | <b>Sônia Palomino Castro - UFSC</b><br><i>Estudo qualitativo de um sistema que modela um problema de câncer com tratamento imunoterápico</i> |
| <b>11:15 - 11:40</b> | <b>Dalane Soares Veras - UnB</b><br><i>Um novo contraexemplo para a conjectura de Norton</i>   |
| <b>11:40 - 14:00</b> | <b>Almoço</b>  |
| <b>14:00 - 14:25</b> | <b>Dirceu Bagio - UFSM</b><br><i>Representações da álgebra super plano de Jordan</i>   |
| <b>14:25 - 14:50</b> | <b>Matheus Cheque Bortolan - UFSC</b><br><i>Atratores para semifluxos generalizados e aplicação às equações de Navier-Stokes em 3D</i>       |
| <b>14:50 - 15:15</b> | <b>Rodrigo Ribeiro Lopes - UTFPR</b><br><i>Topological classification of <math>R^k</math>-Anosov actions</i>                                 |
| <b>15:15 - 16:00</b> | <b>Sessão de pôsteres/Coffee Break</b>   |
| <b>16:00 - 16:50</b> | <b>Alfredo Noel Iusem - IMPA</b><br><i>Como medir a "pontudez" de um cone?</i>   |
|                      | Sala B-119 (LEMA)  |
|                      | Sala B-119 (LEMA)  |

## 2 Pôsteres

|  |   |
|--|---|
|  | <b>Quinta-feira 25</b>  |
|  | <b>15:15 - 16:00 (sala B119 - LEMA)</b>   |
|  | <b>Maycon Antonio Pereira</b><br><i>Ações de grupos em automorfismos de anéis</i>   |
|  | <b>João Antonio Francisoni Lubanco Thome</b><br><i>Classification of irreducible weight <math>SL_2</math>-modules</i>   |
|  | <b>Bianca Elena Wiltuschnig</b><br><i>Teorema do ponto fixo de Banach e aplicações</i>  |
|  | <b>Marcel Thadeu de Abreu e Souza</b><br><i>Teorema de estrutura para módulos sobre domínios</i>  |
|  | <b>Luiz Henrique Lara dos Santos</b><br><i>Bezout's theorem for algebraic curves</i>  |
|  | <b>Rogério Otavio Mainardes da Silva</b><br><i>Classificação de grupos abelianos finitamente gerados</i>  |
|  | <b>Carina Moreira Costa</b><br><i>Subspace version of an augmented lagrangian trust region algorithm for equality constrained optimization</i>                              |
|  | <b>Rafaela Filippozzi</b><br><i>Um algoritmo geométrico para o problema de inclusão no envoltório convexo</i>   |
|  | <b>José Guilherme Simion Antunes</b><br><i>Existência e unicidade de solução para as equações de Navier-Stokes 2D e existência de atrator global em domínios ilimitados</i> |
|  | <b>Yasmim Adara Amorim</b><br><i>Uma relação entre sistema de raízes e álgebra cluster</i>  |

---

|   |
|---|
| Sexta-feira 26  |
| <b>15:15 - 16:00 (sala B119 - LEMA)</b>   |
| <b>Ever Elías Vásquez Álvarez</b><br><i>Um estudo da equação de Navier-Stokes com condições de fronteira de tipo Navier</i>           |
| <b>Luiz Augusto Scheuermann França</b><br><i>Aplicação da equação de Gompertz para o estudo do desenvolvimento de tumores sólidos</i> |
| <b>Gabriel Alves de Lima</b><br><i>Classificação de álgebras de divisão</i>   |
| <b>Letícia do Rocio Oliveira</b><br><i>Processamento digital de imagens utilizando decomposição em valores singulares</i>             |
| <b>Cleison dos Santos Ramthun</b><br><i>Topologia no <math>R^n</math></i>   |
| <b>Eduardo Magalhães de Castro</b><br><i>Classification of finite dimensional semisimple Lie algebras</i>                             |
| <b>Victor Afonso Garcia Schmitz</b><br><i>Uma introdução à teoria analítica dos números</i>   |
| <b>Saulo Rodrigo Medrado</b><br><i>O número de estabilidade para um sistema termoelástico de vigas de Timoshenko</i>                  |
| <b>Thales Maier de Souza</b><br><i>Asymptotic dynamics for a non-autonomous Navier-Stokes-Voigt equation<br/>in Lipschitz domains</i> |
| <b>Gabriel Felipe Dalla Stella</b><br><i>Espaços de Minkowski e a geometria hiperbólica</i>   |
| <b>Gustavo Henrique Silva Sarturi</b><br><i>Curvas de Bézier e polinômios de Bernstein</i>  |



---

Capítulo

2

## RESUMO das PALESTRAS

---

## CURVAS PLANAS

FARID TARI

O estudo de curvas planas tem uma história longa e rica. São abordadas em vários ramos da matemática, tais como geometria algébrica, geometria diferencial, topologia, teoria dos números, teoria de singularidades. A palestra, direcionada principalmente para alunos de graduação, apresentará de uma maneira elementar alguns aspectos clássicos de curvas planas e resultados recentes do autor com seus colaboradores.

(USP São Carlos)

*E-mail address:* `faridtari@icmc.usp.br`

# SELF-ADJOINT EXTENSIONS OF MAGNETIC SCHRÖDINGER OPERATORS

RENAN GAMBALE ROMANO

In this talk, we want to discuss some results in the operator theory of self-adjoint extensions of magnetic Schrödinger operators. We know that the free laplacian, in a bounded region, has infinitely many self-adjoint extensions which are related to unitary transformations between the deficiency subspaces. We seek for ideal conditions in the rate of growth of scalar and vector potentials such that the resulting Schrödinger operator has only one self-adjoint extension. This is related to the confinement of a quantum particle in bounded regions.

## REFERENCES

- [1] de Oliveira, C. R., Romano, R. G. *Aharonov-Bohm effect without contact with the solenoid*. J. Math. Phys. **58**, 102102, **2017**.
- [2] Nenciu, G., Nenciu, I. *On confining potentials and essential self-adjointness for Schrödinger operators on bounded domains in  $\mathbb{R}^n$* , Ann. H. Poincaré **10**, 377–394, **2009**.
- [3] de Verdière, Y. C., Truc, F. Ann. Inst. Fourier *Confining quantum particles with a purely magnetic field* **60**, 2333–2356, **2010**.

(Romano, R. G.) MAT - UFSC-BLUMENAU  
E-mail address: `r.g.romano@ufsc.br`

# GLOBAL SURFACES OF SECTION FOR DYNAMICALLY CONVEX REEB FLOWS ON LENS SPACES

ALEXSANDRO SCHNEIDER

PEDRO ANTONIO SANTORIO SALOMÃO

We show that a dynamically convex Reeb flow on a lens space  $L(p, 1)$ ,  $p > 1$ , admits a  $p$ -unknotted closed Reeb orbit  $P$  which is the binding of a rational open book decomposition with disk-like pages. Each page is a rational global surface of section for the Reeb flow and the Conley-Zehnder index of the  $p$ -th iterate of  $P$  is 3. This result applies to the Hénon-Heiles Hamiltonian whose energy level presents  $\mathbb{Z}_3$ -symmetry and for all energies  $< 1/6$  the flow restricted to the sphere-like component descends to a dynamically convex Reeb flow on  $L(3, 1)$ . Due to a  $\mathbb{Z}_4$ -symmetry the result also applies to Hill's lunar problem.

*Acknowledgements:* We would like to thanks CAPES and CNPq by financial support.

## REFERENCES

- [1] Hofer, H. *Pseudoholomorphic curves in symplectizations with applications to the Weinstein conjecture in dimension three*, Inventiones mathematicae, **1993**.
- [2] Hofer, H, Wysocki, K. and Zehnder, E. *Properties of pseudo-holomorphic curves in symplectisations II: Embedding controls and algebraic invariants*, Geometries, Springer, **1995**.
- [3] Hofer, H, Wysocki, K. and Zehnder, E. *A characterisation of the tight three-sphere*, Duke J. Math, **1996**.
- [4] Hofer, H, Wysocki, K. and Zehnder, E. *The dynamics on three-dimensional strictly convex energy surfaces*, Annals of Mathematics, **1998**.
- [5] Hofer, H, Wysocki, K. and Zehnder, E. *A characterization of the tight three sphere II*, Commun. Pure Appl. Anal., **1999**.
- [6] Hryniewicz, U. L. and Salomão, P. A. S. *Elliptic bindings for dynamically convex Reeb flows on the real projective three-space*, Calculus of Variations and Partial Differential Equations, **2016**.
- [7] Hénon, M. and Heiles, C. *The applicability of the third integral of motion: some numerical experiments*, The Astronomical Journal, **1964**.
- [8] Hill, G. W. *Researches in the lunar theory*, American journal of Mathematics, **1878**.

(Alexsandro Schneider) UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CENTRO-OESTE - UNICENTRO  
E-mail address: alexsandro@unicentro.br

## FRACTIONAL LEIBNIZ RULE AND AN APPLICATION

PAULO M. CARVALHO NETO

This talk is dedicated to show the steps of a proof concerning a new inequality that involves an important case of Leibniz rule regarding Riemann-Liouville and Caputo fractional derivatives of order  $\alpha \in (0, 1)$ . More specifically, we prove that for suitable  $f : [t_0, t_1] \rightarrow \mathbb{R}$ , it holds that

$$D_{t_0,t}^\alpha [f(t)]^2 \leq 2 \left[ D_{t_0,t}^\alpha f(t) \right] f(t), \quad \text{for every } t \in (t_0, t_1),$$

and

$$cD_{t_0,t}^\alpha [f(t)]^2 \leq 2 \left[ cD_{t_0,t}^\alpha f(t) \right] f(t), \quad \text{for every } t \in (t_0, t_1).$$

In the context of partial differential equations, the aforesaid inequality allows us to address the Faedo-Galerkin method to study several kinds of partial differential equations with fractional derivative in the time variable. This work is co-authored by Renato Fehlbeg Junior.

### REFERENCES

- [1] P. M. Carvalho Neto, R. Fehlbeg Junior, New insights on the fractional Leibniz rule and an application to partial differential equations (preprint).

(Paulo M. Carvalho Neto) UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
*E-mail address:* paulo.carvalho@ufsc.br

## **SOBRE A CONJECTURA DE HARTSHORNE**

THIAGO HENRIQUE DE FREITAS

Nesta apresentação, introduziremos a conjectura de Hartshorne e suas extensões. Esta conjectura homológica tem sido uma importante área de atuação de diversos pesquisadores em álgebra comutativa. Especialmente, vamos introduzir os módulos de cohomologia local e mostrar recentes avanços sobre a Conjectura de Hartshorne. Este é um trabalho em conjunto com Victor Hugo Jorge Pérez e Liliam Merigue ICMC-USP.

(Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Guarapuava) AVENIDA PROFESSORA LAURA PACHECO BASTOS, 800 - BAIRRO INDUSTRIAL CEP 85053-525 - GUARAPUAVA - PR  
*Email address: freitas.thf@gmail.com*

# WELL-POSEDNESS AND ORBITAL STABILITY OF PERIODIC TRAVELING WAVES FOR THE SCHAMEL'S EQUATION

ELEOMAR CARDOSO JUNIOR

The purpose of this seminar is to talk about Schamel's equation

$$(1) \quad u_t + \partial_x(u_{xx} + |u|^{3/2}) = 0.$$

First, by using compactness tools, we establish results of global well-posedness related to the Schamel's equation in a suitable Sobolev space of periodic functions.

In addition, we can see the existence of periodic traveling waves to the equation (1). Such solutions can be given explicitly, depending on the elliptic functions. In making an adaptation of the classical method introduced by Grillakis, Shatah, and Strauss, we can conclude that these waves are orbitally stable solutions to the Schamel's equation.

## REFERENCES

- [1] Andrade, T. P.; Pastor, A. *Orbital stability of periodic traveling-wave solutions for the regularized Schamel equation*. Phys. D **317** (2016), pg. 43-58.
- [2] Byrd, P.; Friedman, M. D. *Handbook of elliptic integrals for engineers and scientists*. New York: Springer 1971, 2nd ed.
- [3] Cardoso Jr, E.; Natali, F.; Pastor, A. *Well-Posedness and Orbital Stability of Periodic Traveling Waves for Schamel's Equation*. ZAA **37** (2018), pg. 221-250.
- [4] Carles, R.; Pelinovsky, D. *On the orbital stability of Gaussian solitary waves in the log-KdV equation*. Nonlinearity **27** (2014), pg. 3185-3202.
- [5] Hu, Y.; Li, X. *Discrete Fourier restriction associated with KdV equations*. Anal. PDE. **6** (2013), pg. 859-892.
- [6] Natali, F.; Neves, A. *Orbital Stability of Solitary Waves*. IMA J. Appl. Math. **79** (2014), pg. 1161-1179.

(Eleomar Cardoso Jr) FEDERAL UNIVERSITY OF SANTA CATARINA  
E-mail address: `eleomar.junior@ufsc.br`

## OPERADORES EFETIVOS PARA PARTÍCULAS QUÂNTICAS EM TUBOS FINOS

CÉSAR ROGÉRIO DE OLIVEIRA

Serão descritos resultados sobre operadores unidimensionais que aproximam o laplaciano em faixas (no plano) e tubos (no espaço) muito finos. Tais operadores são extremamente sensíveis a propriedades geométricas e condições de contorno e modelam uma partícula quântica dentro de tais regiões.

(UFSCar)

*Email address:* oliveira@dm.ufscar.br

## HYPERBOLIC PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS: THE SEARCH FOR A COMPREHENSIVE DEFINITION

FRANK MICHAEL FORGER

Ao contrário do que acontece no caso de sistemas de equações diferenciais parciais elípticos, não parece haver até hoje uma definição plenamente satisfatória do conceito de um sistema de equações diferenciais parciais hiperbólico. Encontra-se na literatura uma extensa variedade de versões distintas de hiperbolicidade, mas nenhuma delas satisfaz todos os requisitos naturais e necessários para colocá-la em pé de igualdade com a definição de elipticidade quanto à sua abrangência e utilidade. Nesta palestra, delinearemos o cenário geral em que se enquadra esta questão, discutiremos quais são os requisitos naturais a serem exigidos de uma "boa" definição e, em seguida, apresentaremos uma extensão da noção de um sistema simétrico hiperbólico (cuja definição original remonta a um trabalho de K.O. Friedrichs de 1954) que acreditamos resolve a questão para sistemas não-degenerados de primeira ordem.

(USP São Paulo)

*E-mail address:* `forger@ime.usp.br`

**ESTUDO QUALITATIVO DE UM SISTEMA QUE MODELA UM  
PROBLEMA DE CÂNCER COM TRATAMENTO  
IMUNOTERÁPICO**

SONIA PALOMINO CASTRO - UFSC, FLORIANÓPOLIS

Serão apresentados o estudo qualitativo e a análise de estabilidade do modelo que estuda o câncer com ou sem tratamento imunoterápico, conforme abordado em artigo recentemente publicado pela autora. O modelo matemático dado leva em consideração o micro-ambiente tumoral, isto é, o crescimento das células tumorais e sua interação com as células imunes (células efectoras, citocinas anti-inflamatórias e o fator imuno-supressivo). Clinicamente falando, esse tratamento oncológico está dando bons resultados em alguns tipos de câncer como o câncer de pulmão e o câncer de pele. Simulações numéricas dos resultados obtidos também serão apresentados ilustrando dessa forma o trabalho teórico desta pesquisa.

(Sonia Palomino Castro) UFSC  
*Email address:* `sonia.palomino@ufsc.br`

# UM NOVO CONTRAEXEMPLO PARA A CONJECTURA DE NORTON

DAIANE SOARES VERAS

Para cada inteiro positivo  $k$ , definimos  $\Gamma^*(k)$  como o menor inteiro  $s$  tal que a congruência  $a_1x_1^k + \cdots + a_sx_s^k \equiv 0 \pmod{p^n}$  tem uma solução primitiva para toda potência  $p^n$ , com  $p$  um número primo.

Em 1966 Norton conjecturou que  $\Gamma^*(k) \equiv 1 \pmod{k}$ . Em 1974 Bovey provou que  $\Gamma^*(8) = 39$ , mostrando que a conjectura de Norton não é verdadeira, entretanto esse era o único contraexemplo exibido até hoje. Atualmente o valor de  $\Gamma^*(k)$  é conhecido para todo  $k \leq 32$ , e todos esses valores satisfazem a conjectura de Norton.

Nesta palestra vamos mostrar um resultado obtido recentemente por D. S. Veras, onde foi provado que  $\Gamma^*(54) = 1049 \not\equiv 1 \pmod{54}$ , exibindo um novo contraexemplo para a conjectura de Norton.

## REFERENCES

- [1] Bovey, J. D.  $\Gamma^*(8)$ , *Acta Arith.* 25, 145-150, **1974**
- [2] Norton, K.K. *On homogeneous diagonal congruences of odd degree*, PhD thesis, University of Illinois, **1966**.
- [3] Veras, D. S. *Formas aditivas sobre corpos  $p$ -adicos*, PhD thesis, University of Brasília, **2017**.

(Daiane Soares Veras) UNB  
E-mail address: [D.S.Veras@mat.unb.br](mailto:D.S.Veras@mat.unb.br)

# REPRESENTAÇÕES DA ÁLGEBRA SUPER PLANO DE JORDAN

DIRCEU BAGIO

A álgebra super plano de Jordan apareceu recentemente em [1], em problemas de classificação de álgebras de Hopf, e é uma generalização do plano de Jordan. Mais precisamente, o plano de Jordan é uma subálgebra do super plano de Jordan. Nesta palestra apresentaremos as representações irredutíveis de dimensão finita do super plano de Jordan, as quais foram calculadas em [2].

## REFERENCES

- [1] N. Andruskiewitsch, I. Angiono and I. Heckenberger. *On finite GK-dimensional Nichols algebras over abelian groups*. Mem. Amer. Math. Soc., to appear.
- [2] N. Andruskiewitsch, D. Bagio, S. Della Flora and D. Flóres. *Representations of the super Jordan plane*, S. P. Journal of Mathematical Sciences, **11** (2), 312-325 (2017).

(Dirceu Bagio) UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA  
E-mail address: [sdbagio@gmail.com](mailto:sdbagio@gmail.com)

# ATRADORES PARA SEMIFLUXOS GENERALIZADOS E APLICAÇÃO ÀS EQUAÇÕES DE NAVIER-STOKES EM 3D

MATHEUS CHEQUE BORTOLAN

In this work we study the existence of attractors for multivalued semigroups defined from generalized semiflows, following the ideias presented in [3]. Such class is commonly used to deal with evolutions equations in which there are no uniqueness of solutions. We apply the results to the incompressible Navier-Stokes equations in dimension 3, following the works of Ball [1, 2].

**Keywords:** Attractors; multivalued semigroups; generalized semiflows; 3D Navier-Stokes equations.

## REFERENCES

- [1] J. M. Ball, Continuity Properties and Global Attractors of Generalized Semiflows and the Navier-Stokes Equations, *J. Nonlinear Sci.* **7**, 475-502 (1997).
- [2] J. M. Ball, Erratum: Continuity Properties and Global Attractors of Generalized Semiflows and the Navier-Stokes Equations, *J. Nonlinear Sci.* **8**, 233 (1998).
- [3] J. Simsen and C. B. Gentile, On Attractors for Multivalued Semigroups Defined by Generalized Semiflows, *Set-Valued Anal* **16**, 105-124 (2008).

(Matheus Cheque Bortolan) UFSC  
*E-mail address:* m.bortolan@ufsc.br

## TOPOLOGICAL CLASSIFICATION OF $\mathbb{R}^k$ -ANOSOV ACTIONS

RODRIGO RIBEIRO LOPES

In dynamical systems, the Poincaré map allows to understand the orbits of a continuous dynamical systems  $\phi : \mathbb{R} \times M \rightarrow M$  by a discrete dynamical systems  $f : \Sigma \rightarrow \Sigma$ . In another words, under certain conditions it is possible to simplify the study of a continuous dynamical systems by a topologically equivalence. In this sense, the Verjovsky's conjecture for dynamical systems given by  $\mathbb{R}^k$ -actions states "Every irreducible codimension one Anosov action of  $\mathbb{R}^k$  on a manifold of dimension at least  $k + 3$  is topologically conjugate to the suspension of a linear Anosov action of  $\mathbb{Z}^k$  on the torus", see [1]. Note that, among other things, the conjecture enable a study of compact orbits of  $\mathbb{R}^k$ -action like periodic orbits of  $\mathbb{Z}^k$ -action. In this talk is presented a partial result of the Verjovsky's conjecture. More specifically, if  $E^{ss} \oplus E^{uu}$  is  $C^1$ -class then the action  $\phi$  is is topologically conjugate to the suspension of a  $\mathbb{Z}^k$ -action on the torus, see [2]. The main target will be show the sketch and the necessary tools of the prove.

### REFERENCES

- [1] Barbot, T. and Maquera, C. *On integrable codimension one Anosov action of  $\mathbb{R}^k$* , Discrete and Continuous Dynamical System, **2010**.
- [2] Lopes, R. R. *Ações de Anosov que são suspensões*, **2016**. Tese (Doutorado em Matemática) - Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos, **2016**.

(Rodrigo) UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
E-mail address: [rodrigorlopes@utfpr.edu.br](mailto:rodrigorlopes@utfpr.edu.br)

## COMO MEDIR A “PONTUDEZ” DE UM CONE?

ALFREDO NOEL IUSEM

Um cone em um espaço euclídeo é pontudo se não contém retas (ou seja, se tem um vértice). Intuitivamente, há cones mais pontudos que outros (por exemplo, uma semirreta é um cone maximamente pontudo). Na palestra discutimos várias opções para definir formalmente o “índice de pontudez” de um cone, e as comparamos.

(IMPA)

*E-mail address:* `iusp@impa.br`



---

Capítulo

3

## RESUMO dos PÔSTERES

---

## AÇÕES DE GRUPOS EM AUTOMORFISMOS DE ANÉIS

MAYCON ANTONIO PEREIRA

O trabalho aborda primeiramente os conceitos de anéis e subanéis, seguido pelas definições sobre grupos e subgrupos. Em ambos os momentos são apresentados exemplos diversos e pelo menos um detalhando a demonstração das propriedades. Na sequência são definidas então as ações de grupos agindo sobre os automorfismos de um anel. Um Teorema foi demonstrado acerca de um determinado tipo de ação e por fim foi apresentado o conceito de órbita de um elemento.

### REFERENCES

- [1] Gonçalves, A. *Introdução à álgebra*, IMPA, **2015**.
- [2] Domingues, H. *Álgebra Moderna*, Saraiva, **2003**.
- [3] Batista, E. *Ações de grupos e geometria*, V Bienal da SBM, **2010**.
- [4] Lang, S. *Álgebra para graduação*, Ciência Moderna, **2008**.
- [5] Lima, E. L. *Álgebra linear*, IMPA, **2009**.

(Maycon Antonio Pereira) UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
E-mail address: [maycon.pereira@posgrad.ufsc.br](mailto:maycon.pereira@posgrad.ufsc.br)

## CLASSIFICATION OF IRREDUCIBLE WEIGHT $SL_2$ -MODULES

STUDENT: JOAO ANTONIO FRANCISCONI LUBANCO THOME  
ADVISOR: PROF. DR. MATHEUS BATAGINI BRITO

In the study of abstract algebra it is often very important and efficient rather to work with their representations. For the particular case of finite dimensional semi-simple Lie algebras the representation theory of  $sl_2(C)$  plays a crucial role. In this work we focus on the study of representations of the Lie algebra  $sl_2(C)$  and classify all its irreducible weight modules.

### REFERENCES

- [1] MAZORCHUK, V. *Lectures on  $sl_2(\mathbb{C})$ -modules*. 2009.
- [2] SAN MARTIN, L.A.B. *Algebras de Lie*. 2. ed. Campinas, SP: Unicamp, 2010.
- [3] ROMAN, S. *Advanced Linear Algebra*. Springer-Verlag.
- [4] AGUITONI, M.C.; *Algebras de Lie, grupos de Lie e espaos girovetoriais de Lie* . Universidade Estadual de Maringa. 2010. Maringa.

(Joao Antonio Francisconi Lubanco Thome) UFPR  
*E-mail address:* `jolubanco@gmail.com`

(Matheus Batagini Brito) UFPR  
*E-mail address:* `mbrito@ufpr.br`

## TEOREMA DO PONTO FIXO DE BANACH E APLICAÇÕES

ALUNA: BIANCA ELENA WILTUSCHNIG  
ORIENTADOR: HUDSON DO NASCIMENTO LIMA

### Resumo:

O objetivo deste trabalho é estudar o Teorema do Ponto Fixo de Banach e suas aplicações. Para isso, é necessário compreender conceitos como métrica, espaços métricos, seqüências, convergência e funções, para então conseguir demonstrar o teorema principal. Além disso, podemos usar este teorema para estudar o Método de Newton, demonstrar do Teorema de Picard, comprimir imagens e entender um pouco sobre o buscador do Google.

### REFERENCES

- [1] BARROS, C. D. V. **O Teorema do Ponto fixo de Banach e algumas Aplicações.** Trabalho de Conclusão de Curso (Mestrado Profissional em Matemática) - Centro de Ciências Exatas e da Natureza, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2013.
- [2] LIMA, E. L. **Espaços Métricos.** Rio de Janeiro: Projeto Euclides, 1977.

(Bianca Elena Wiltuschnig) UFPR  
*E-mail address:* bianca.elena.w@gmail.com

(Prof. Dr. Hudson do Nascimento Lima) UFPR  
*E-mail address:* hudsonlima@ufpr.br

## TEOREMA DE ESTRUTURA PARA MÓDULOS SOBRE DOMÍNIOS

MARCEL THADEU DE ABREU E SOUZA  
TANISE CARNIERI PIERIN

Neste trabalho apresentaremos o teorema dos divisores elementares, que conclui que todo módulo finitamente gerado sobre um domínio principal pode ser expresso como soma direta de cópias do anel e quocientes da forma  $A/p_i^{r_{ij}}A$ . Mais precisamente, para um módulo  $M$  finitamente gerado sobre um domínio principal  $A$ , existem um inteiro  $n \geq 0$ , elementos irredutíveis  $p_1, \dots, p_s \in A$  e inteiros:

$$\begin{aligned} r_{11} \geq r_{12} \geq \dots \geq r_{1t_1} > 0 \\ \vdots \\ r_{s1} \geq r_{s2} \geq \dots \geq r_{st_s} > 0 \end{aligned}$$

tais que:

$$M \cong A^{(n)} \oplus A/p_1^{r_{11}}A \oplus \dots \oplus A/p_1^{r_{1t_1}}A \oplus \dots \oplus A/p_s^{r_{s1}}A \oplus \dots \oplus A/p_s^{r_{st_s}}A,$$

onde os inteiros  $n$ ,  $r_{ij}$ ,  $1 \leq j \leq t_i$ ,  $1 \leq i \leq s$ , e os ideais  $p_i^{r_{ij}}A$  estão univocamente determinados pelas condições acima. Com o objetivo de demonstrar tal teorema, introduziremos conceitos preliminares da teoria de módulos.

Posteriormente, mostraremos uma aplicação deste teorema na teoria de grupos, mais especificamente na classificação dos grupos abelianos finitamente gerados.

### REFERENCES

- [1] Polcino Milies, F. C. *Anéis e Módulos*, São Paulo, **1972**.

(Marcel Thadeu de Abreu e Souza) UFPR  
*E-mail address:* marcel.abreu@ufpr.br

(Tanise Carnieri Pierin) UFPR  
*E-mail address:* tanise@ufpr.br

## BEZOUT'S THEOREM FOR ALGEBRAIC CURVES

STUDENT: LUIZ HENRIQUE LARA DOS SANTOS  
ADVISOR: EDSON RIBEIRO ALVARES

One of the most interesting problems of algebraic geometry is to determine the cardinality of the intersection of two given curves. This is very simple to explain, but it's need several algebro-geometric tools, and this is the interesting thing on this problem. Using the language of sheaves and schemes, we can formulate the Bezout's theorem. Such theorem tells us, over some hypothesis, that the curves  $C$  and  $C'$  of respectively dregrees  $s$  and  $t$  have exactly  $st$  poinsts of intersection. Our pourpouse on this paper is to give an idea of how we can deduce this theorem using the language cited above.

### REFERENCES

- [1] PERRIN, D. *Gomtrie algbrique: Une introduction*, Universit-Paris 11, **2001**.
- [2] Hartshorne R. *Algebraic Geometry*, Berkeley: Ubiversity of California, **1997**.

(Luiz Henrique Lara dos Santos) UFPR  
*E-mail address:* `luiz.lara@ufpr.br`

(Edson Ribeiro Alvares) UFPR  
*E-mail address:* `rolo@ufpr.br`

# CLASSIFICAÇÃO DE GRUPOS ABELIANOS FINITAMENTE GERADOS

ROGÉRIO OTAVIO MAINARDES DA SILVA  
ORIENTADOR: PROF. DR. MATHEUS BATAGINI BRITO

Em 1824, Niels Henrik Abel provou que não há fórmula geral para resolver equações de grau maior ou igual a 5. Mas, tendo em vista que algumas poderiam ser resolvidas, a grande questão era como caracterizar estas últimas. O que foi respondido por Evariste Galois apresentando pela primeira vez o conceito de grupo, este que é conhecido como grupo permutações atualmente.

Dentre tantas classes de grupos, uma de grande importância é a dos grupos abelianos, onde a comutatividade é válida. Nesta, existem particularmente os grupos gerados por uma quantidade finita de elementos. Os elementos desta subclasse são completamente classificados, a menos de isomorfismo, e correspondem ao produto de certas cópias de  $\mathbb{Z}$  e  $\mathbb{Z}_n$ ,  $n$  inteiro positivo. .

## REFERENCES

- [1] Hungerford, Thomas W. *Algebra*, Nova Iorque, **1974**.

(Rogrio Otavio Mainardes da Silva) UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ  
*E-mail address:* r.otavioms@gmail.com

(Matheus Batagini Brito) UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ  
*E-mail address:* mbrito@ufpr.br

# SUBSPACE VERSION OF AN AUGMENTED LAGRANGIAN TRUST REGION ALGORITHM FOR EQUALITY CONSTRAINED OPTIMIZATION

CARINA MOREIRA COSTA AND GEOVANI NUNES GRAPIGLIA

We studied subspace properties of an augmented Lagrangian trust region ALTR method for equality constrained optimization, proposed by [3]. Under suitable conditions, we show that the trial step obtained from the trust region subproblem is in the subspace spanned by all the gradient vectors of the objective function and of the constraints computed until the current iteration. The analysis is an extension of that presented by [1] for the standard trust region subproblem. Based on this observation, a subspace version of the ALTR algorithm is proposed for equality constrained optimization problems where the number of constraints is much lower than the number of variables. The convergence analysis of the subspace algorithm is also presented.

*Acknowledgements:* We would like to thanks CAPES by financial support.

## REFERENCES

- [1] Wang, Z. H.; Yuan, Y. *A subspace implementation of quasi-Newton trust-region methods for unconstrained optimization*, Numerische Mathematik, **2006**.
- [2] Grapiglia, G. N.; Yuan, J.; Yuan, Y. *A subspace version of the Powell-Yuan trust-region algorithm for equality constrained optimization*, JORC, **2013**.
- [3] Wang, X.; Yuan, Y. *An augmented Lagrangian trust region method for equality constrained optimization*, Optimization Methods & Software, **2015**.

(Carina Moreira Costa) UFPR  
*E-mail address:* `carinanpi@hotmail.com`

(Geovani Nunes Grapiglia) UFPR  
*E-mail address:* `grapiglia@ufpr.br`

## UM ALGORITMO GEOMÉTRICO PARA O PROBLEMA DE INCLUSÃO NO ENVOLTÓRIO CONVEXO

RAFAELA FILIPPOZZI E DOUGLAS S. GONÇALVES

O problema de inclusão no envoltório convexo consiste em determinar se um ponto  $p \in \mathbb{R}^m$  pertence ao envoltório convexo de  $S$  onde  $S = \{v_1, \dots, v_n\} \subset \mathbb{R}^m$ . Este problema é um problema fundamental em geometria computacional e programação linear e para abordá-lo apresentaremos um algoritmo proposto por Kalantari [1] que chamaremos de Algoritmo Geométrico. Este algoritmo tem como base um teorema de separação chamado de Dualidade de Distância:  $p \in \text{conv}(S)$ , se e somente se, dado qualquer  $p' \in \text{conv}(S) \setminus \{p\}$  existe  $v_j \in S$  tal que  $d(v_j, p) \leq d(v_j, p')$ . Além disso, mostraremos reformulações para o problema de inclusão no envoltório convexo usando programação linear e programação quadrática. Por fim, resultados numéricos mostram que o Algoritmo Geométrico é superior a algoritmos clássicos aplicados às formulações alternativas.

### REFERENCES

- [1] Kalantari, B. *A characterization theorem and an algorithm for a convex hull problem*, Annals of Operations Research, v.226, n.1, p. 301-349, **2015**.

(Rafaela Filippozzi) UFSC  
E-mail address: [rafaela.filippozzi@ufsc.br](mailto:rafaela.filippozzi@ufsc.br)

(Douglas S. Gonçalves) UFSC  
E-mail address: [douglas.goncalves@ufsc.br](mailto:douglas.goncalves@ufsc.br)

**EXISTÊNCIA E UNICIDADE DE SOLUÇÃO PARA AS  
EQUAÇÕES DE NAVIER-STOKES 2D E EXISTÊNCIA DE  
ATRATOR GLOBAL EM DOMÍNIOS ILIMITADOS**

JOSÉ GUILHERME SIMION ANTUNES

Para a formulação clássica do problema de valores iniciais e de fronteira para as equações de Navier-Stokes 2D de um fluido homogêneo e incompressível, podemos exprimir a seguinte formulação variacional:

Se  $f \in V'$  e  $u_0 \in H$ , então existe uma única função

$$u \in L^2(0, T; V) \cap L^\infty(\mathbb{R}^+; H), \forall T > 0$$

que satisfaz

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} (u, v)_H + \nu ((u, v))_V + b(u, u, v) &= \langle f, v \rangle_{V' \times V}, \quad \forall v \in V, \\ u(\cdot, 0) &= u_0(\cdot). \end{aligned}$$

Além disso,  $u' \in L^2(0, T; V')$ ,  $\forall T > 0$  e  $u \in C(\mathbb{R}^+; H)$ .

Do problema acima, podemos definir um semigrupo contínuo  $\{S(t)\}_{t \geq 0}$  em  $H$ , dado por  $S(t)u_0 = u(t)$ , com  $u$  sendo a solução encontrada. Da equação de energia associada, segue que o conjunto

$$\mathcal{B} = \left\{ v \in H / |v|_H \leq \rho_0 \equiv \frac{1}{\nu} \sqrt{\frac{2}{\lambda_1}} \|f\|_{V'} \right\}$$

é absorvente em  $H$  pelo semigrupo dado.

Por fim, a existência do Atrator Global para o problema, segue quando provamos a compacidade assintótica do semigrupo  $\{S(t)\}_{t \geq 0}$ .

REFERENCES

- [1] Rosa, Ricardo. *The Global Attractor for the 2D Navier-Stokes Flow on some unbounded domains*, Nonlinear Analysis, Theory, Methods & Applications, v. 32, n. 1, p. 71-85, **1998**.
- [2] Temam, R. *Navier-Stokes Equations. Theory and Numerical Analysis*, North-Holland Publishing Company-Amsterdam, New York, **1977**.

(José Guilherme Simion Antunes) UFSC  
E-mail address: [guisimion@gmail.com](mailto:guisimion@gmail.com)

# UMA RELAÇÃO ENTRE SISTEMA DE RAÍZES E ÁLGEBRA CLUSTER

ALUNA: YASMIM ADARA AMORIM  
ORIENTADORA: PROFA. HEILY WAGNER

As álgebras cluster foram introduzidas por Fomin e Zelevinsky no ano de 2002 como uma  $\mathbb{Z}$ -subálgebra do corpo  $\mathbb{Q}(x_1, x_2, \dots, x_n)$ . A partir do conjunto inicial de variáveis  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  construímos novas variáveis, chamadas *variáveis cluster*, utilizando uma regra que é chamada de *mutação* de variáveis. Para defini-la utilizamos um quiver com  $n$  vértices, sem 2-ciclo e sem laço e um algoritmo chamado de mutação de quiver. No caso desse quiver ser Dynkin tal processo de mutação é finito e, nessa situação, essa teoria se relaciona com sistema de raízes.

Um sistema de raízes é um subconjunto finito gerador de um espaço euclidiano (espaço com produto interno real) que satisfaz as seguintes propriedades: se  $\alpha$  é raiz, o único múltiplo de  $\alpha$  no sistema de raízes é  $-\alpha$  e a reflexão sobre  $\alpha$  deixa tal subconjunto invariante.

O objetivo deste trabalho é mostrar uma relação entre esses dois temas.

## REFERENCES

- [1] CARTER, R. *Cluster Algebras*, **Textos de Matemática**, Portugal, 2006.
- [2] FOMIN, S., ZELEVINSKY, A. *Cluster algebras I: Foundations*, **J. Amer. Math. Soc.**, v.15, p 497-529, 2002.
- [3] HUMPHREYS, James. **Introduction to Lie Algebras and Representation Theory**. 3<sup>a</sup> impresso, 1980.
- [4] KELLER, B. *Cluster algebras, quiver representations and triangulated categories*. arXiv:0807.1960v11 [math.RT], 19 Mar 2010.
- [5] NGUEFACK, B. *Introduction aux algèbres amassés: définitions et exemples*. Université de Sherbrooke, Canadá, 2006. Notas de seminário.
- [6] ZELEVINSKY, A. *What is a cluster algebra?*, **Notices of the AMS**, v.54, n.11, p.1494-1495, 2007.

(Yasmim Adara Amorim) UFPR  
*E-mail address:* yasmim.amorim@ufpr.br

(Profa.Dra.Heily Wagner) UFPR  
*E-mail address:* heilywagner@ufpr.br

## UM ESTUDO DA EQUAÇÃO DE NAVIER-STOKES COM CONDIÇÕES DE FRONTEIRA DE TIPO NAVIER.

EVER ELÍAS VÁSQUEZ ÁLVAREZ

### Resumo.

As Equações de Navier-Stokes são conjunto de equações em derivadas parciais não lineares que descrevem o movimento de um fluido. Neste trabalho vamos considerar soluções para as equações de Navier-Stokes com condições de fronteira da tipo Navier em um domínio limitado  $\Omega$  em  $\mathbb{R}^2$  com fronteira  $\partial\Omega$  de classe  $C^2$ . As condições de fronteira da tipo Navier podem ser expressas na forma  $\omega(u) = (2k - \alpha)u \cdot \tau$  e  $u \cdot \nu = 0$  em  $\partial\Omega$ , onde  $u$  é o vetor velocidade,  $\omega(u)$  a vorticidade,  $\nu$  vetor unitário normal que aponta para fora,  $\tau$  o vetor unitário tangente e  $\alpha \in L^\infty(\partial\Omega)$ . Estas condições de fronteira foram estudadas no caso especial em que  $\alpha = 2k$  por J.-L. Lions e P.-L. Lions. Nós estamos estudando um artigo do autor JAMES P. KELLIHER onde estabelecem a existência e unicidade de tais soluções, estendendo o trabalho de Clopeau, Mikelić, e Robert e de Lopes Filho, Nussenzweig Lopes, e Planas, qual era restrito adomínios simplesmente conexos e  $\alpha$  não negativo.

### REFERENCES

- [1] *Navier-Stokes equations with Navier boundary conditions for a bounded domain in the plane*, James P. Kelliher, **2006**.

(Ever Vásquez A.) UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA UFSC  
E-mail address: [evervasquez0123@gmail.com](mailto:evervasquez0123@gmail.com)

# APLICAÇÃO DA EQUAÇÃO DE GOMPERTZ PARA O ESTUDO DO DESENVOLVIMENTO DE TUMORES SÓLIDOS

LUIZ AUGUSTO SCHEUERMANN FRANÇA E LOUISE REIPS

## Resumo.

O câncer é uma doença caracterizada pelo crescimento desordenado de células que invadem os órgãos e tecidos. Tal proliferação anormal das células, provoca a formação de uma massa celular que é denominada tumor e que pode evoluir de modo rápido e agressivo (neoplasia). Um diagnóstico precoce permite a detecção e acompanhamento da atividade de tumores malignos, possibilitando, assim, um melhor tratamento e, possivelmente uma maior taxa de sobrevivência dos pacientes. Baseado nisso, o objetivo desta pesquisa é o estudo da Equação de Gompertz para análise do desenvolvimento de tumores sólidos. A metodologia consistiu na simulação computacional da Equação de Gompertz utilizando-se do software MATLAB [1]. Para tal, os parâmetros iniciais utilizados foram retirados da bibliografia consultada [2, 3], o que possibilitou a comparação entre os dados obtidos e os já publicados na literatura. Após a simulação dos sistemas tumorais, houve o arcabouço para propor a inserção de um fator quimioterápico à mesma, bem como a análise dos efeitos desse. Nesse sentido, simulou-se a aplicação deste fator na equação e fez-se a comparação gráfica da evolução tumoral sem o mesmo. Através da análise dos resultados obtidos, conclui-se que a Equação de Gompertz oferece uma base sólida para a modelagem de sistemas tumorais, além de que a inserção de um fator quimioterápico pode, de fato, auxiliar no retardamento da evolução patológica.

## REFERENCES

- [1] Matlab. Versão 8.5.0. [S.l.]: MathWorks, **2016**. 1 CD-ROM.
- [2] Filho, G. F. C; Neto, N. A. de A; da Silva, C. M. *Solução da equação diferencial da Gompertz na análise de crescimento de tumores malignos da próstata*. Revista de Engenharia e Pesquisa Aplicada, Volume 2, Número 1, **2016**.
- [3] Domingues, J. S. *Análise do Modelo de Gompertz no crescimento de tumores sólidos e inserção de um fator de tratamento*. Biomatemática 21, **2011**.
- [4] Boyce, W. E; Diprima, R. C. *Equações diferenciais elementares e problemas de valores de contorno*. Tradução de Baléria de Magalhães Iorio. Rio de Janeiro : LTC, **2006**.

(Luiz Augusto Scheuermann França) UFSC - CAMPUS BLUMENAU  
E-mail address: [luiz.scheuermann@grad.ufsc.br](mailto:luiz.scheuermann@grad.ufsc.br)

(Louise Reips) UFSC - CAMPUS BLUMENAU  
E-mail address: [l.reips@ufsc.br](mailto:l.reips@ufsc.br)

## CLASSIFICAÇÃO DE ÁLGEBRAS DE DIVISÃO

ALUNO: GABRIEL ALVES DE LIMA  
ORIENTADOR: PROF. MARIA EUGENIA MARTIN

### Resumo:

É sabido que o corpo dos complexos  $\mathbb{C}$  é uma extensão de  $\mathbb{R}$  com  $\dim_{\mathbb{R}} \mathbb{C} = 2$ . Mas, será possível definir um produto num espaço vetorial de dimensão 3 sobre os reais de modo que se verifiquem os axiomas de corpo? O matemático irlandês W. Hamilton por muitos anos buscou uma solução para tal problema, mas um produto que desse origem a noção de divisão não era viável. Em 1843, portanto, surge a ideia de ao invés de dimensão 3, estender a construção para uma álgebra de dimensão 4. Hamilton acabara de descobrir os números hoje conhecidos como quatérnios. Com isso ele conseguiu uma forma de generalização dos complexos mas perdeu a comutatividade da multiplicação.

Uma álgebra  $A$  sobre um corpo  $\mathbb{K}$  é uma *álgebra de divisão* se para todo par de elementos  $a, b \in A$  com  $b \neq 0$ , existe um único  $x \in A$  tal que  $a = bx$  e um único  $y \in A$  tal que  $a = yb$ .

Se a álgebra for associativa, a definição é equivalente a dizer que todo elemento não nulo em  $A$  possui um inverso multiplicativo.

O objetivo principal deste trabalho é estudar a construção das álgebras de divisão reais, provar a impossibilidade de existência de uma álgebra de divisão real de dimensão 3 e assim apresentar as ferramentas necessárias para entender o teorema que garante que as únicas álgebras de divisão associativas são isomorfas aos reais, complexos e quatérnios (Teorema de Frobenius) e sua generalização para o caso de álgebras alternativas.

### REFERENCES

- [1] FELZENSZWALB, B. **Álgebras de Dimensão Finita**. Rio de Janeiro: IMPA, 1979.
- [2] ONETO, A. **Alternative real division algebras of finite dimension**. *Divulgaciones Matemáticas*, 10 (2002), pp. 161–169.
- [3] CURTIS, M.; PLACE, P. **Abstract Linear Algebra**. Universitext, Springer New York, 1990.

(Gabriel Alves de Lima) UFPR  
*E-mail address:* gabalvesdelima@gmail.com

(Prof. Dr. Maria Eugenia Martin) UFPR  
*E-mail address:* eugenia@ufpr.br

## PROCESSAMENTO DIGITAL DE IMAGENS UTILIZANDO DECOMPOSIÇÃO EM VALORES SINGULARES

LETÍCIA DO ROCIO OLIVEIRA E ADEMIR ALVES RIBEIRO

Uma fotografia pode ser representada por uma matriz  $A_{m \times n}$ , onde cada elemento da matriz corresponde ao nível de cinza de cada pixel da fotografia. O nível de cinza de um pixel, em geral, tem valor muito próximo aos níveis das células vizinhas, logo, é possível reduzir a quantidade de armazenamento necessário da fotografia utilizando a Decomposição em Valores Singulares (SVD). Os valores singulares da matriz  $A$ , em geral, são pequenos, o que permite que  $A$  possa ser aproximada por uma matriz de posto menor. Esta aproximação da matriz  $A$  é realizada truncando a expansão do produto extremo do SVD de  $A$  após os  $k$  primeiros termos. O valor de  $k$  é escolhido de forma que a imagem correspondente a  $A_k$  seja muito próxima à original.

### REFERÊNCIAS

- [1] Leon, Steven J. *Álgebra Linear com Aplicações*, Rio de Janeiro: LTC, 2014.

(Letícia do Rocio Oliveira) UFPR  
*E-mail address:* `leticiaroc.oliveira@gmail.com`

(Ademir Alves Ribeiro) UFPR  
*E-mail address:* `ademir.aribeiro@gmail.com`

## TOPOLOGIA NO $\mathbb{R}^n$

CLEISON DOS SANTOS RAMTHUN E  
PROF<sup>a</sup>. DR<sup>a</sup>. NAIARA VERGIAN DE PAULO COSTA

Neste trabalho, apresentaremos algumas noções topológicas do espaço  $\mathbb{R}^n$ , bem como suas características e propriedades. Será definido quando um conjunto é dito aberto e verificaremos suas propriedades fundamentais, trabalharemos com conceitos topológicos que irão nos oportunizar caracterizar um conjunto fechado, sem depender da ideia de conjunto aberto. Introduziremos os conceitos de conjuntos compactos e conjuntos conexos, e a partir de tais conceitos iremos nos deparar com propriedades que decorrem de suas definições. Para a melhor compreensão das definições e exemplos tratados, iremos abordar um caráter mais ilustrativo, tendo em vista que a visualização pode auxiliar na assimilação das noções analisadas.

### REFERENCES

- [1] Lima, E. L. *Curso de Análise*, Vol. 2 (6ª edição). Projeto Euclides, IMPA, **2000**.
- [2] Lima, R. F. *Topologia e Análise no Espaço  $\mathbb{R}^n$* , (1ª edição). Editora SBM **2015**.

(Ramthun, C. S.) UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA - CAMPUS BLUMENAU  
*E-mail address:* `cleison.ramthun@grad.ufsc.br`

(De Paulo, N. V.) UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA - CAMPUS BLUMENAU  
*E-mail address:* `naiara.vergian@ufsc.br`

# CLASSIFICATION OF FINITE DIMENSIONAL SEMISSIMPLE LIE ALGEBRAS

EDUARDO MAGALHES DE CASTRO AND PROF. DR. MATHEUS BATAGINI BRITO

Lie theory began at the end of the XIX in order to find symmetries in sets of solutions of differential equations through continuous groups, analogously to the classification of algebraic equations through Galois theory. It was found that to each of these groups was associated a linear structure called Lie algebra, which consists essentially of a vector space with a certain product. Lie algebras were extremely important for the development of the theory, but also began to be studied independently of their associated groups, with a strong interest in classification problems. This paper aims to transmit the fundamental ideas that solve the problem of classification in the case of finite dimension of an important class of Lie algebras denominated **semisimple** and has, in brief, the following script:

- (1) Introduce the basic definitions of Lie algebras and semi-simple Lie algebras;
- (2) Show the essential steps to obtain the **decomposition in root spaces** of a semisimple Lie algebra;
- (3) Obtain, from the mentioned decomposition, a special set called **root system** which carries all the information of the associated Lie algebra;
- (4) To expose the classification of root systems and the main theorems that complete the classification of semisimple Lie algebras.

## REFERENCES

- [1] Humphreys, J. *An Introduction to Lie Algebras and Representations*, Springer, **1970**.

(Eduardo Magalhes de Castro) UFPR  
*E-mail address:* `eduardomdecastro@gmail.com`

(Prof. Dr. Matheus Batagini Brito) UFPR  
*E-mail address:* `mbrito@ufpr.br`

# UMA INTRODUÇÃO À TEORIA ANALÍTICA DOS NÚMEROS

DANIEL LUIZ GÖDE, VICTOR AFONSO GARCIA SCHMITZ,  
AND VICTOR ANTÔNIO LIMA DO NASCIMENTO

Apresentamos uma breve introdução a conceitos importantes da teoria analítica dos números, com o intuito de apresentarmos o teorema de Euler. Para tal, apresentamos alguns resultados importantes que envolvem congruências e a função zeta de Euler.

(Daniel Luiz Göde) UFSC BLUMENAU  
*Email address:* `luizgode@gmail.com`

(Victor Afonso Garcia Schmitz) UFSC BLUMENAU  
*Email address:* `victor.a.schmitz@gmail.com`

(Victor Antônio Lima do Nascimento) UFSC BLUMENAU  
*Email address:* `victorantoniolima99@gmail.com`

## O NÚMERO DE ESTABILIDADE PARA UM SISTEMA TERMOELÁSTICO DE VIGAS DE TIMOSHENKO

SAULO RODRIGO MEDRADO E MARCIO A. JORGE DA SILVA

O sistema vigas de Timoshenko é um sistema de equações diferenciais parciais deduzidas pelo engenheiro Stephen P. Timoshenko que descreve a vibração de uma viga fina levando em consideração o deslocamento vertical e ângulo de rotação, conforme [4]. No presente trabalho, baseado nos artigos [1, 3], serão apresentados resultados de estabilidade para um sistema de vigas de Timoshenko com lei térmica de Cattaneo acoplada ao momento fletor. Além disso, para uma abordagem mais completa, também será apresentado o resultado de existência e unicidade de solução usando teoria de semigrupos lineares, conforme [2].

*Agradecimentos:* Os autores agradecem a CAPES e Fundação Araucária pelo suporte financeiro.

### REFERÊNCIAS

- [1] H. D. Fernández Sare and R. Racke, On the Stability of Damped Timoshenko Systems: Cattaneo Versus Fourier Law, *Arch. Rational Mech. Anal.*, 194 (2009) 221-251.
- [2] A. Pazy. *Semigroups of Linear Operators and Applications to Partial Differential Equations*. Applied Mathematical Sciences. Springer New York, 2012.
- [3] M. L. Santos and D. S. Almeida Júnior and J. E. Muñoz Rivera, The stability number of the Timoshenko system with second sound, *J. Differential Equations*, 253 (2012) 2715-2733.
- [4] S. P. Timoshenko, *Vibration Problems in Engineering*. Van Nostrand, New York, 1955.

(Saulo Rodrigo Medrado) UNIVERSIDADE ESTADUAL DE LONDRINA  
*E-mail address:* saulo.medrado@hotmail.com

(Marcio A. Jorge da Silva) UNIVERSIDADE ESTADUAL DE LONDRINA  
*E-mail address:* marcioajs@uel.br

# ASYMPTOTIC DYNAMICS FOR A NON-AUTONOMOUS NAVIER-STOKES-VOIGT EQUATION IN LIPSCHITZ DOMAINS

THALES MAIER DE SOUZA

This article focuses on the optimal regularity and long-time dynamics of solutions of a Navier- Stoke-Voigt equation with non-autonomous body forces in non-smooth domains. Optimal regularity is considered, since the regularity  $H_0^1 \cap H^2$  cannot be achieved. Given the initial data in certain spaces, it can be shown that the problem generates a well-defined evolutionary process. Then we prove the existence of a uniform attractor consisting of complete trajectories.

## REFERENCES

- [1] R. M. Brown, P .A. Perry and Z. Shen, *On the dimension of the attractor of the nonhomogeneous Navier-Stokes equations in non-smooth domains*, Indiana Univ. Math. J., **2000**.
- [2] V. V. Chepyzhov and M. I. Vishik, *Attractors for Equations of Mathematical Physics*, Providence, RI: American Mathematical Society, **2001**.
- [3] A. Miranville and X. Wang, *Upper bounded on the dimension of the attractor for nonhomogeneous Navier-Stokes equations*, Disc. Cont. Dyn. Syst., **2**, **1996**, 95-110.
- [4] A. Miranville and X. Wang, *Attractors for non-autonomous nonhomogeneous Navier- Stokes equations*, Nonlinearity, **10**, **1997**, 1047-1061.
- [5] Y. Qin, X. Yang and X. Liu, *Averaging of 3D Navier-Stokes-Voigt equations with singularly oscillating force*, Nonlinear Anal., RWA, **13**, **2012**, 893-904.
- [6] X. Yang, Y. Qin and T. F. Ma, *Pullback attractors for the 2D non-autonomous incompressible Navier-Stokes equations with nonhomogeneous boundary on Lipschitz domain*, **2016**.

(Thales Maier de Souza) UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
Email address: [thales.maier@ufsc.br](mailto:thales.maier@ufsc.br)

## ESPAÇOS DE MINKOWSKI E A GEOMETRIA HIPERBÓLICA

GABRIEL FELIPE DALLA STELLA AND PROF. DIEGO OTERO

This is my abstract.

A relatividade especial surgiu através da análise de diversos experimentos feitos para verificar a existência do éter luminífero, meio material pelo qual se supôs que a luz se propagava, semelhante às ondas mecânicas. O ponto crucial para o questionamento da existência do ter foi o experimento de Michelson-Morley, onde, devido à precisão das medidas, negava a existência de ventos de éter, pois no existia de velocidade relativa entre a Terra e o éter [1]. A partir da interpretação de diversos desses experimentos Einstein postulou os seguintes princípios: (i) As leis da física são as mesmas em todos os referenciais inerciais; (ii) A velocidade da luz é a mesma em todos os referenciais inerciais. A partir disso, ele obteve diversos resultados de sua teoria chamada de relatividade especial.

A introdução de tais postulados implica diversos fenômenos físicos contraintuitivos, tais como a dilatação do tempo, a contração do espaço, e as transformações de Lorentz, que são maneiras de converter medidas entre referenciais inerciais. Uma afirmação equivalente ao segundo postulado da relatividade especial, é que o intervalo de espaço tempo  $I = -c^2\Delta t^2 + \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2$  é preservado por mudança de referenciais inerciais.

A partir disso temos uma maneira geométrica de descrever a relatividade especial, munindo o espaço  $\mathbb{R}^4$ , com a forma bilinear  $g(u, v) = -u_0v_0 + u_1v_1 + u_2v_2 + u_3v_3$ , similar ao intervalo de espaço tempo, teremos o que chamamos de espaço de Minkowski (o espaço  $\mathbb{R}^n$  com uma forma bilinear similar  $g$  generaliza o espaço de Minkowski para dimensão  $n \geq 2$ ), e seu grupo de isometrias lineares, chamado de grupo de Lorentz, composto por mudanças de referenciais inerciais.

A partir do estudo dos espaços de Minkowski emergiu o estudo do hiperbolóide, superfície equivalente à esfera, em  $(\mathbb{R}^3, g)$ , isto é, os hiperbolóides são definidos como sendo os pontos  $x \in \mathbb{R}^3$  tais que  $g(x, x) = k$ , onde  $k$  é uma constante fixada. Estudamos o caso especial em que  $k = -1$ , onde  $g$  induz métrica Riemanniana, e tal métrica faz com que o hiperbolóide tenha curvatura negativa constante, o que nos fornece um modelo de geometria hiperbólica. De modo que a superfície seja conexa, e assim definir um espaço métrico, nos restringimos somente à folha superior do hiperbolóide.

Com o estudo do grupo de Lorentz, que funciona de maneira análoga às rotações nas esferas, e a partir das geodésicas dadas pelos meridianos do hiperbolóide, é possível obter todas as geodésicas, que são todas interseções de planos passando pela origem com o hiperbolóide e além disso obtemos a distância no hiperbolóide dada por  $d(x, y) = \cosh^{-1}(-g(x, y))$ , onde  $g$  é a métrica no espaço de Minkowski.

Essa superfície nos permite também contrastar com o teorema de Hilbert que diz que não existe superfície com curvatura negativa constante completa imersa isometricamente em  $\mathbb{R}^3$ , com a métrica usual, mas em  $(\mathbb{R}^3, g)$ , o hiperbolóide é superfície completa com curvatura negativa constante.

## REFERENCES

- [1] DECAEN, C. A. Aristotles Aether and Contemporary Science. **The Thomist: A Speculative Quarterly Review**, Santa Paula, v. 68, n. 3, p. 375 - 429, jul. 2004.
- [2] ONEILL, B. **Semi-Riemannian Geometry**. Londres: Academic Press, 1983.
- [3] SOLHEIM, Z. S. L. **The hyperboloid model of hyperbolic geometry**, Tese (Mestrado em Cincia) - Mathematics Department, Eastern Washington University, Cheney, 2012.
- [4] SCHUTZ, B. **A First Course in General Relativity**, Nova Iorque: Cambridge University Press, 2009.

(Gabriel Felipe Dalla Stella) UFPR

*Email address:* gabrielstella28@gmail.com

(Prof. Diego Otero) UFPR

*Email address:* otero.ufpr@gmail.com

## CURVAS DE BÉZIER E POLINÔMIOS DE BERNSTEIN

ALUNO: GUSTAVO HENRIQUE SILVA SARTURI  
ORIENTADOR: PROF. DR. QIANG LI

Um problema recorrente na computação gráfica é como aproximar uma curva dada, isto é, obter uma curva que aproxime a curva original e que o computador possa interpretar. No caso linear o problema é relativamente fácil, mas, em geral, pode ser uma tarefa difícil. A ideia então é construir uma curva paramétrica que seja manipulável, que tenha uma expressão simples de interpretar e que nos dê mais liberdade de controle. Através de um modo intuitivo e algorítmico é que desenvolvemos as chamadas “Curvas de Bézier”.

As Curvas de Bézier foram desenvolvidas independentemente na década de 60 por Paul de Casteljaeu e Pierre Bézier, ambos trabalhavam na indústria automobilística e buscavam soluções para desenvolver modelos de automóveis com uma melhor aerodinâmica e com um design refinado para carros. Apesar da importante contribuição de Casteljaeu, as curvas levam o nome de Bézier pois ele publicou os resultados primeiro.

O Algoritmo de Casteljaeu é um método recursivo para se gerar uma Curva de Bézier. Esse algoritmo nos permite também subdividir a curva de Bézier em partes recebendo um parâmetro qualquer. Apesar de simples e aparentar ser um algoritmo lento, mostra-se numericamente estável e é amplamente utilizado com algumas modificações robustas. A expressão algébrica de uma curva de Bézier pode ser calculada à partir de Polinômios da Base de Bernstein. Os Polinômios de Bernstein surgiram como uma alternativa de demonstração do Teorema de Stone-Weierstrass. Foge do escopo deste trabalho a demonstração deste Teorema. Utilizaremos os polinômios de Bernstein para visualizar certas propriedades das Curvas de Bézier, em especial a sua construção.

Sendo assim, a principal vantagem de se implementar uma Curva de Bézier ao invés de uma outra técnica de interpolação ou aproximação em CAD (Computer Aid Design) é que sua descrição matemática é simples, intuitiva, e também, por poder ser utilizada para representar qualquer forma. O objetivo deste trabalho é apresentar historicamente como surgiram as curvas de Bézier e analisar de modo geral a sua construção, aplicação e suas relações com os Polinômios de Bernstein.

### REFERENCES

- [1] BIEZUNER, R. J. **Curvas de Bézier**. Notas de seminário de Iniciação Científica. UFMG, Belo Horizonte, 2014.
- [2] GREINER, G. **Lectures on Geometric Modelling**. 125 f. Charles University, Prague, Czech Republic, 2010.
- [3] USTAOGU, C. **Generalized Bernstein Polynomials**. 45 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Eastern Mediterranean University, Gazimağusa, Northern Cyprus, 2014.

(Gustavo H. S. Sarturi) UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ  
*E-mail address:* `gustavo.sarturi@ufpr.br`

(Prof. Dr. Qiang Li) HENAN POLYTECHNIC UNIVERSITY  
*E-mail address:* `qianglinan@123.com`